

door Ir. A. van Mazijk.

## 1 Inleiding

Het selectief afzuigen van een zwaardere onderlaag bij een gegeven stratificatie (zout-zoet of thermisch) door toepassing van een zogenaamd dichtheidsscherm komt in de waterbouw regelmatig voor: koelwaterinlaat, ontzilting van een in oorsprong zoutwaterbekken [1]. De probleemstelling bij dergelijke constructies bestaat veelal uit de volgende twee vragen:

- wat is het maximale debiet aan zwaarder water (zout water of koud water), dat afgezogen kan worden, zonder dat het lichtere water wordt meegezogen?
- welke eisen moeten daarbij aan de afzuigconstructie, met name het dichtheidsscherm worden gesteld?

Met betrekking tot de eerste vraag wordt in de literatuur de nodige informatie gegeven. Deze bestaat grotendeels uit het opstellen van de relatie tussen het kritieke maximale afzuigdebiet (dit is het debiet, waarbij nog niet selectief wordt afgezogen) en de gegeven omstandigheden, zoals het dichtheidsverschil tussen de respectievelijke lagen.

Hierbij wordt uitgegaan van een potentiaal-stroming (energiehoogte constant) of van de bewegings- en continuïteitsvergelijkingen, geldend voor een tweelagenstroming zonder wandwrijving. Beide uitgangspunten hebben uiteraard hetzelfde resultaat.

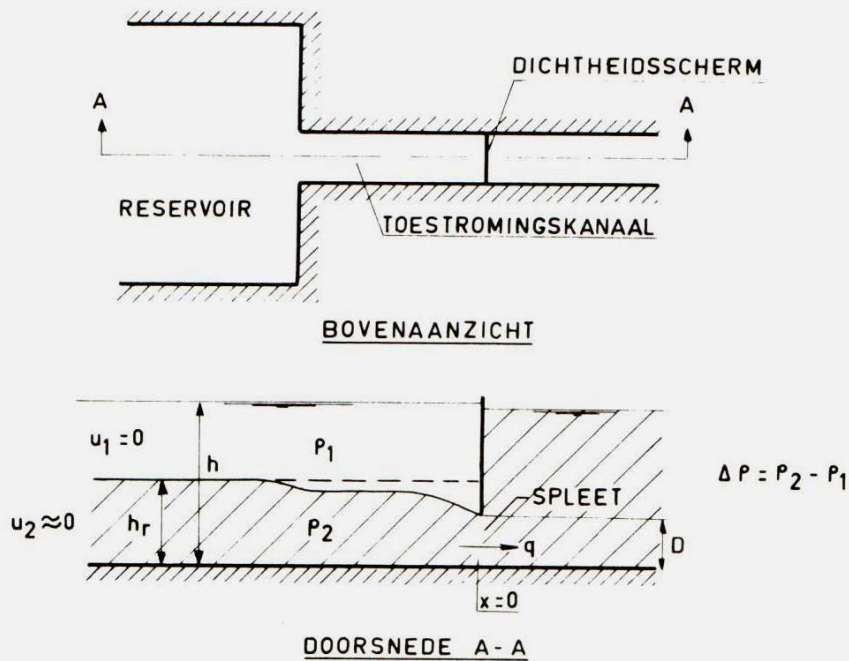
De relatie die doorgaans wordt gegeven, heeft de volgende vorm:

$$\frac{h_r}{D} = f(F_i) \quad (1)$$

waarin  $h_r$  : laagdikte onderlaag op grote afstand van het dichtheidsscherm, waar de snelheid bij benadering nul is  
 $D$  : spleethoogte onder het scherm  
 $F_i$  : intern Froude-getal, betrokken op de stromende onderlaag in een bepaald punt, bijvoorbeeld:

$$F_i' = \frac{q/D}{\sqrt{\epsilon g D}} \quad \text{met } \epsilon = \Delta\rho/\rho_2,$$

waarbij het Froude-getal op de spleethoogte  $D$  wordt betrokken.



figuur 1.

Het uiteindelijke resultaat gevonden in de diverse literatuuropgaven, is identiek op een coëfficiënt na, terwijl per literatuuropgave de meetresultaten van het uitgevoerde modelonderzoek doorgaans wat afwijken van de theoretisch afgeleide relatie. Daar in de literatuur verschillende afzuigconstructies en/of meetopstellingen worden gehanteerd, is het niet denkbeeldig, dat de verschillen in de gevonden coëfficiënten hieraan voor een belangrijk deel te wijten zijn.

In het onderstaande zijn enkele kanttekeningen gemaakt ten aanzien van de verschillen in de gevonden coëfficiënten, alsmede de verschillen tussen theorie en proefresultaat. Voor dit laatste wordt met name gebruik gemaakt van het twee-dimensionale onderzoek selectief afzuigen, uitgevoerd bij het Waterloopkundig Laboratorium [1].

## 2 Basisvergelijking

Voor de bepaling van het kritieke maximale afzuigdebiet wordt uitgegaan van

de vergelijking van Bernoulli voor de energiehoogte:

$$H = \frac{u^2}{2g} + h + \frac{P}{\rho g} \quad (2)$$

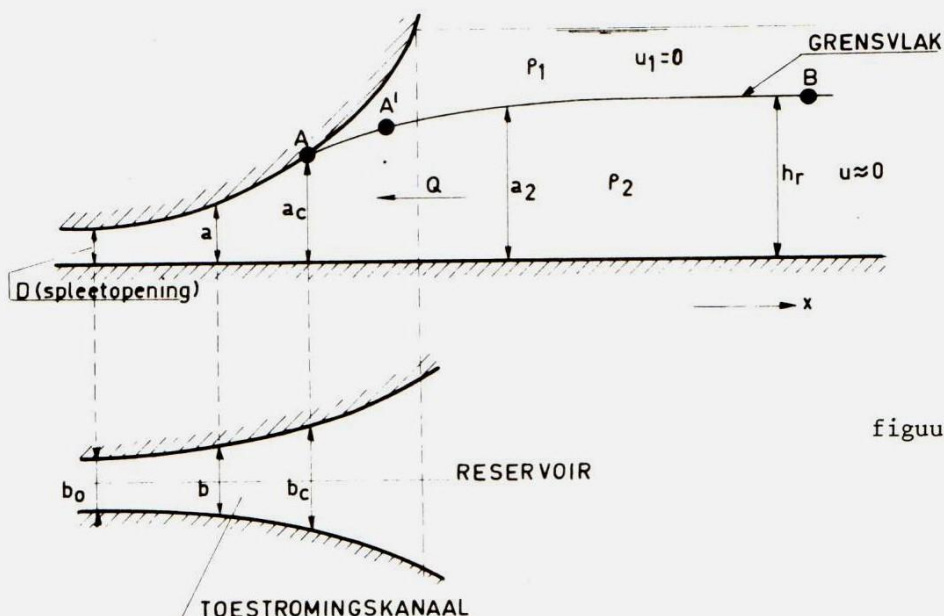
waarin  $H$  : energiehoogte = constant  
 $u$  : horizontale snelheidscomponent  
 $h$  : afstand van het beschouwde punt tot het referentievlak  
 $P$  : druk  
 $\rho$  : dichtheid beschouwde vloeistof  
 $g$  : zwaartekrachtversnelling.

Vergelijking (2) mag gehanteerd worden, indien geldt:

- de stromingstoestand is een permanentie
- de wrijving is verwaarloosbaar klein
- de verticale snelheidscomponent is bij benadering gelijk nul en de stroomlijnen zijn niet sterk gekromd.

### 3 Bepaling kritieke maximale afzuigdebiet

Beschouw de situatie, waarbij de onderlaag van een gestratificeerd bekken selectief wordt afgezogen. De afzuigconstructie wordt in figuur 2 gegeven en is overgenomen van Wood [2].



figuur 2.

Stel er is een scherp grensvlak. Beschouwt men dit grensvlak tevens als stroomlijn, dan kan hierlangs de energievergelijking (vergelijking 2) worden toegepast. (Beschouw de punten A en B in figuur 2).

Direct boven het grensvlak geldt:

$$\frac{P_B}{\rho_1 g} + h_r = \frac{P_A}{\rho_1 g} + a_c \quad (3)$$

Direct onder het grensvlak geldt:

$$\frac{P_B}{\rho_2 g} + h_r = \frac{P_A}{\rho_2 g} + a_c + \frac{u_c^2}{2g} \quad (4)$$

waarin  $u_c = \frac{Q}{b_c a_c}$

Q : debiet in de onderlaag

$P_A, P_B$  : druk in de respectievelijke punten

$\rho_1$  : dichtheid bovenlaag

$\rho_2$  : dichtheid onderlaag

$h_r$  : laagdikte onderlaag ter plaatse van B, waar de snelheid  $u \approx 0$

$a_c$  : laagdikte onderlaag ter plaatse van A, waar het grensvlak contact maakt met het plafond van de afzuigconstructie

$b_c$  : breedte ter plaatse van A.

Uit vergelijkingen (3) en (4) volgt:

$$h_r = a_c + \frac{\rho_2}{2\Delta\rho g} \left(\frac{Q}{b_c a_c}\right)^2 \quad (5)$$

of

$$Q = b_c a_c \sqrt{(h_r - a_c) 2 \epsilon g} \quad (6)$$

waarin  $\Delta\rho = \rho_2 - \rho_1$

$$\epsilon = \Delta\rho / \rho_2$$

Het selectief af te zuigen debiet Q is maximaal, indien geldt:

$$\frac{\partial Q}{\partial a_c} da_c + \frac{\partial Q}{\partial b_c} db_c = 0 \quad (7)$$

Vergelijking (6) ingevuld in vergelijking (7) geeft na enige bewerking:

$$h_r = a_c + \frac{a_c}{2 \left[ \frac{a_c}{b_c} \cdot \frac{db_c}{da_c} + 1 \right]} \quad (8)$$

Daar  $\frac{db_c}{da_c} > 0$  geldt voor

$$\frac{db_c}{da_c} \neq 0 \text{ (dus } b \text{ is variabel): } h_r < \frac{3}{2} a_c$$

of wel  $a_c > \frac{2}{3} h_r$

Indien  $\frac{db_c}{da_c} = 0$ , of wel  $b_c = b = \text{constant}$ , dan wordt vergelijking (8)

$$\boxed{a_c = \frac{2}{3} h_r} \quad (9)$$

Vergelijking (9) gesubstitueerd in vergelijking (6) geeft:

$$\boxed{Q_c = b \cdot \frac{2}{3} h_r \sqrt{\frac{2}{3} h_r \cdot \epsilon g}} \quad (10)$$

waarin  $Q_c$  : kritieke maximale afzuigdebiet.

Indien  $h_r$  zodanig klein wordt, dat geldt:

$$a_c = D = \frac{2}{3} h_r \quad (11)$$

dan wordt vergelijking (10):

$$Q_c = b \cdot D \sqrt{D \cdot \epsilon \cdot g} \quad (12)$$

of volgens vergelijking (6):

$$Q_c = b \cdot D \sqrt{(h_r - D) 2 \epsilon g} \quad (13)$$

N.B. Vergelijkingen (12) en (13) zijn voor het geval dat vergelijking (11) geldt, identiek.

Indien  $h_r$  nog kleiner wordt en dus geldt  $D > \frac{2}{3} h_r$  moet  $a_c = D$  blijven,

indien selectief wordt afgezogen, zodat samenvattend gesteld kan worden:

$$Q_c = b \cdot D \sqrt{(h_r - D) 2 \varepsilon g} \quad \text{voor } D \geq \frac{2}{3} h_r \quad (14)$$

en

$$Q_c = b \cdot \frac{2}{3} h_r \sqrt{\frac{2}{3} h_r \varepsilon g} \quad D < \frac{2}{3} h_r \quad (15)$$

Uit het bestaande blijkt, dat  $Q_c$  onafhankelijk is van de spleetafmeting indien deze kleiner is dan  $\frac{2}{3} h_r$ . Het onderzoek, beschreven in [1] heeft dit bevestigd.

Daar de lijn A-B (grensvlak) als stroomlijn wordt beschouwd, moet de eis gesteld worden, dat in deze stroomlijn geen discontinuïteit optreedt tot aan het punt waar de onderlaag een dikte gelijk aan  $a_c$  krijgt. Dit betekent, dat

$$\frac{da_2}{dx} = \text{bestaanbaar, dat wil zeggen een eindige waarde heeft} \quad (16)$$

in het beschouwde gebied. (Zie figuur 2).

In analogie met paragraaf 3 wordt de energievergelijking toegepast op de punten B en A'. Dit resulteert in de volgende vergelijking (zie ook vergelijking 5

$$h_r = a_2 + \frac{\rho_2}{2g\Delta\rho} \cdot \left(\frac{Q}{ba_2}\right)^2 \quad (17)$$

Als  $b = f(x)$ , geeft differentiatie van vergelijking (17) naar  $x$ :

$$\frac{da_2}{dx} = \frac{Fi \cdot \frac{a_2}{b} \cdot \frac{db}{dx}}{(1 - Fi)} \quad (18)$$

waarin  $Fi$  : intern Froude-getal, betrokken op de onderlaag

met  $Fi = \frac{(Q/b \cdot a_2)^2}{\frac{\Delta\rho}{\rho_2} \cdot g \cdot a_2}$  (19)

Nu bestaat  $\frac{da_2}{dx}$ , zolang  $Fi < 1$ . Dit betekent dat de energievergelijking langs het grensvlak mag worden toegepast van het punt B naar het punt A indien de stroming over dit traject sub-kritisch is. Verder mag  $\frac{db}{dx}$  niet te

groot zijn in verband met de kromming van de stroomlijnen (zie paragraaf 2). Als  $b = \text{constant}$ , wordt vergelijking (8) indien de wrijving niet zou zijn verwaarloosd:

$$\frac{da_2}{dx} = \frac{F_i \frac{a^2}{b} \frac{db}{dx} \rightarrow 0}{(1 - F_i)} + \frac{\text{wrijvingsterm}}{(1 - F_i)} \quad (20)$$

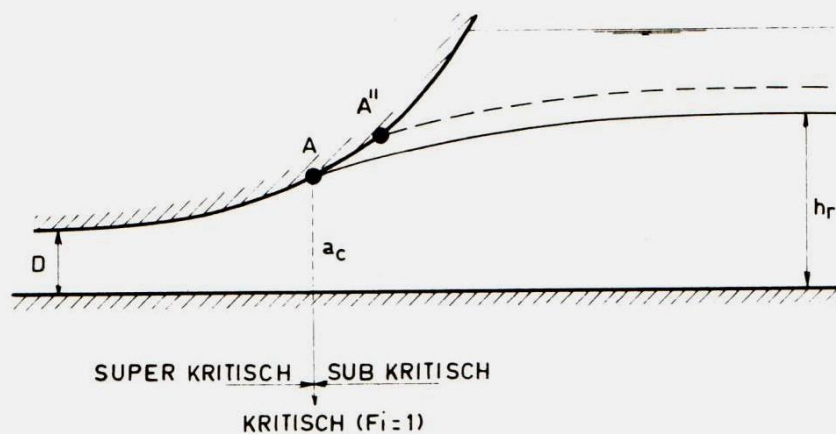
zodat hetzelfde geldt, als voor de situatie  $b = f(x)$ .

Indien de wrijving klein is (en dat is een eis, indien de energiehogte constant wordt gesteld, zie paragraaf 2) betekent vergelijking (20), dat het grensvlak = stroomlijn nagenoeg horizontaal loopt nabij de spleetopening. Dit laatste sluit een radiale toestroming naar het dichtheidsscherm uit (zie verder het gestelde in paragraaf 4, laatste deel).

#### 4 Invloed vormgeving op maximaal af te zuigen debiet

In het vervolg wordt  $b$  constant gesteld. We beschouwen nu de volgende twee vormgevingen:

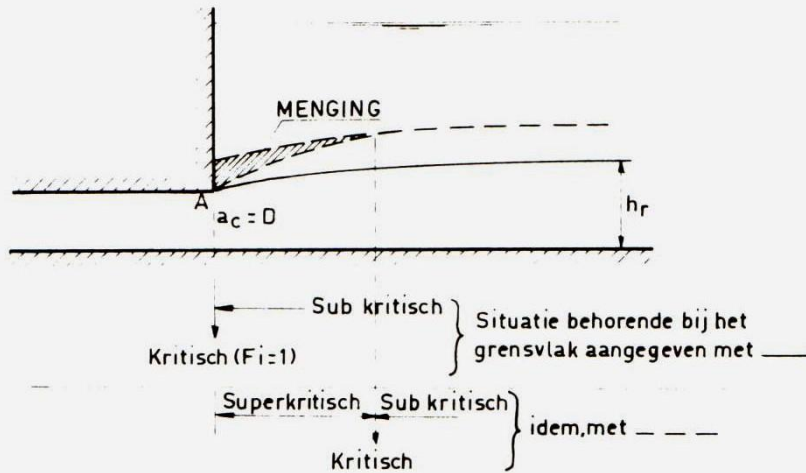
a: de spleetopening wordt geleidelijk kleiner (Wood, [2])



figuur 3a

b: verticale wand met een spleet aan de bodem

(M 1204, [1])



figuur 3b

Stel als uitgangssituatie

$$a_c = \frac{2}{3} h_r \text{ voor situatie (a), en } a_c = D = \frac{2}{3} h_r \text{ voor situatie (b)}$$

Voor het bijbehorende afzuigdebiet wordt geschreven:

$$Q_c = b \cdot a_c \sqrt{\epsilon g a_c} = b \cdot \frac{2}{3} h_r \sqrt{\epsilon g \frac{2}{3} h_r}$$

Het debiet per m' breedte is:

$$q_c = \left(\frac{2}{3}\right)^{3/2} \cdot h_r \sqrt{\epsilon g h_r}$$

$$\text{of } q_c \approx 0,55 h_r \sqrt{\epsilon g h_r} \quad (21)$$

Geschreven in dimensieloze grootheden

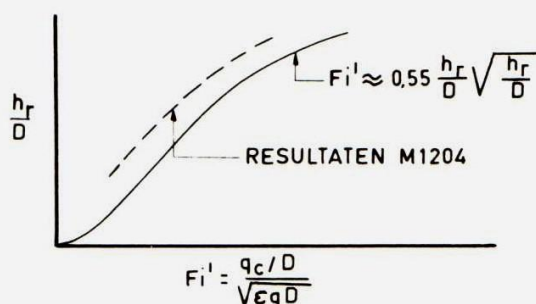
$$\frac{q_c/D}{\sqrt{\epsilon g D}} \approx 0,55 \frac{h_r}{D} \sqrt{\frac{h_r}{D}}$$

$$Fi' \approx 0,55 \frac{h_r}{D} \sqrt{\frac{h_r}{D}}$$

Indien het debiet  $q_c$  nu toeneemt, zal water uit de bovenlaag worden meegezogen, tenzij we in gedachten tevens  $h_r$  laten toenemen.

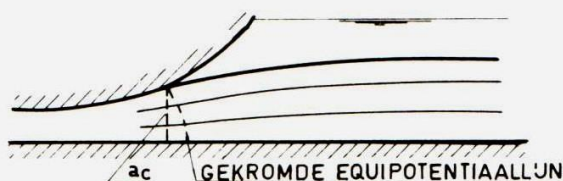


Indien  $h_r$  toeneemt in situatie (a) betekent dit, dat het contactpunt van het grensvlak langs het plafond van de constructie omhoog schuift van A naar A'', waar weer geldt  $Fi = 1$ . of.  $a_c'' = 2/3 h_r''$  (situatie behorende bij het punt A''). In situatie (b) is dit niet mogelijk, punt A is gefixeerd. Dit leidt tot de volgende veronderstelling. Ter plaatse van de spleet wordt  $Fi > 1$  (superkritisch). Op korte afstand vóór de spleet is  $Fi = 1$  (kritisch). Vóór de spleet is er een klein gebied, waar de stroming superkritisch is en waar derhalve menging optreedt. N.B. De doorsnede waar de stroming kritisch is, is maatgevend voor het af te zuigen debiet (zie situatie (a)). Het ontstaan van een overgangslaagje tengevolge van menging betekent dat het maatgevende dichtheidsverschil voor het selectief afzuigen kleiner is, dan het dichtheidsverschil tussen onder- en bovenlaag. Bovenstaande verschijnselen zijn bij het onderzoek M 1204 [1] waargenomen. Eén en ander betekent, dat bij een verticale wand (situatie (b)) minder selectief kan worden afgezogen, dan uit de theorie volgt.



Figuur 4

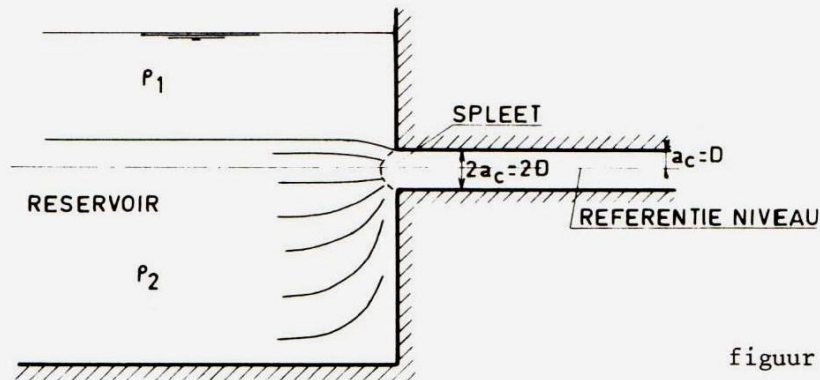
Wood [2] heeft proeven uitgevoerd, waarbij naast een verlopemd plafond (situatie (a)) ook de breedte van het toestromingskanaal verliep (figuur 2). Zijn meetresultaten lagen onder zijn theoretische lijn (zie figuur 10). Als oorzaak noemt Wood effecten van oppervlaktetension ter plaatse van de aansluiting van het vrije wateroppervlak en de afzuigconstructie. Een andere mogelijkheid zou kunnen zijn een geringe kromming van de equipotentiaallijn. Immers bij de theoretische benadering wordt het af te zuigen debiet  $Q_c$  gebaseerd op de snelheid en de doorsnede loodrecht op de bodem ( $a_c, b_c$ ). Bij een enigszins gekromde equipotentiaallijn (figuur 5)



figuur 5

is de doorsnede loodrecht op de richting van de stroomlijnen groter. Indien aangenomen mag worden dat ook bij de situatie (a) met een constante breedte  $b$  bovengenoemd verschil qua tendentie tussen theorie en experiment optreedt, betekent dit dat bij deze situatie (verlopend plafond) meer kan worden afgezogen dan bij situatie (b) met een verticale wand. Gezien het gestelde aan het begin van deze paragraaf lijkt dit vrij waarschijnlijk.

Door Schönfeld [3] wordt in zijn college over het onderwerp selectief afzuigen verwezen naar Craya [4] en Gariel [5]. De afzuigconstructie (twee-dimensionaal), die door hen wordt beschouwd, is in onderstaande figuur schetsmatig weergegeven.



figuur 6

Ook bij [3] wordt uitgegaan van het grensvlak als stroomlijn. Bij de spleetopening wordt een radiale toestroming aangenomen (spleetafmeting klein ten opzichte van afmetingen reservoir). Dit betekent, dat voor  $u_c$  in vergelijking (4) wordt geschreven

$$u_c = \frac{Q}{b \pi a_c} \quad (22)$$

zodat vergelijking (6) wordt:

$$Q = b \pi a_c \sqrt{(h_r - a_c) \cdot 2 \epsilon g} \quad (23)$$

Dienovereenkomstig wordt vergelijking (21)

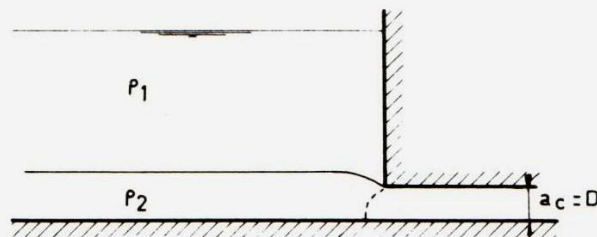
$$q_c = \frac{2}{3} \pi \sqrt{\frac{2}{3}} h_r \sqrt{\epsilon g h_r} \quad (24)$$

$$\text{of } q_c \approx 1,7 h_r \sqrt{\epsilon g h_r} \quad (25)$$

Door Gariel [5] is proefondervindelijk gevonden

$$q_c = 1,5 h_r \sqrt{\epsilon g h_r} \quad (26)$$

De vraag doet zich nu voor in hoeverre bovenstaande aanpak (radiale toestroming) en de daaruit volgende formules toepasbaar zijn voor een dichtheidsscherm met verticale wand en een spleet aan de bodem.



figuur 7

Indien men in analogie met de bovenstaande situatie uit [3] een radiale toestroming neemt, dan wordt het kritieke maximale afzuigdebiet per m' breedte (zie vergelijking 25)

$$q_c = \frac{1}{2} \pi \cdot \frac{2}{3} h_r \sqrt{\frac{2}{3} \epsilon g h_r} \approx 0,85 h_r \sqrt{\epsilon g h_r} \quad (27)$$

Een vergelijking met vergelijking (21) en de proefresultaten van het modelonderzoek M 1204 [1] (zie figuur 9) tonen aan, dat de aanname van een radiale toestroming niet geldig is. Hiervoor zijn overigens de volgende redenen aan te voeren:

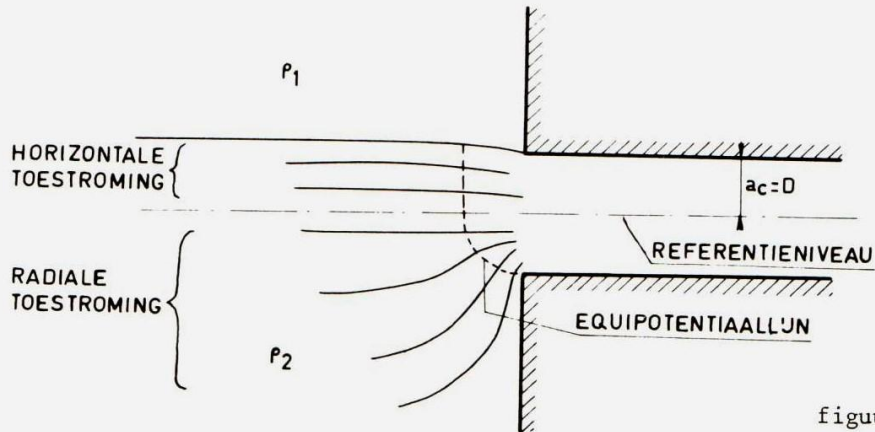
- Om de energievergelijking te mogen toepassen langs de stroomlijn tot aan het dichtheidsscherm  $\equiv$  grensvlak, moet gelden:  
 $Fi \leq 1$ , dat wil zeggen de laagdikte van de zoute onderlaag  $a_2$  ligt tussen de volgende grenzen

$$\frac{2}{3} h_r < a_2 < h_r$$

De spleetopening D moet dus groter of gelijk zijn aan  $\frac{2}{3} h_r$ . (Zie eerste helft van deze paragraaf.) Dit laatste betekent dat D van de orde  $h_r$  is. Voor het mogen veronderstellen van een radiale toestroming moet echter gelden  $D \ll h_r$ . Dit is in strijd met het voorgaande.

- Volgens vergelijking 20 geldt bovendien dat het verhang naar de spleetopening zeer klein is, wanneer de wrijving klein is, wat eveneens een radiale toestroming uitsluit.

Het bovenstaande kan tevens een verklaring inhouden voor het gevonden verschil in de coëfficiënten, genoemd in de vergelijkingen (25) en (26).



figuur 8

Het lijkt op grond van het voorafgaande logischer de te beschouwen equipotentiallijn, die in eerste instantie als een halve cirkel werd aangenomen met straal  $a_c = D$ , opgesplitst te denken in een kwartcirkel met straal  $a_c = D$  (radiale toestroming van beneden uit) en een recht gedeelte loodrecht op het referentieniveau met een lengte van ongeveer  $a_c = D$ .

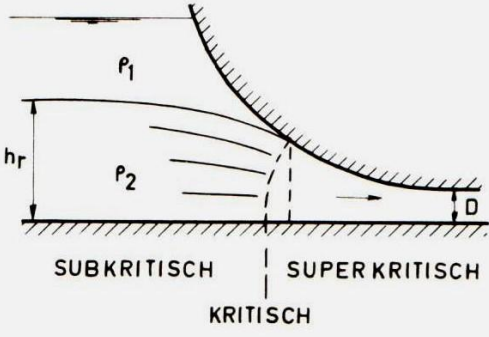
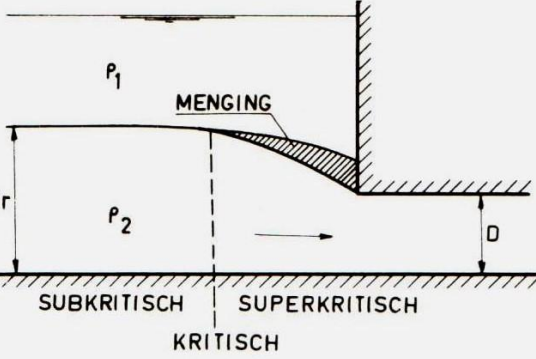
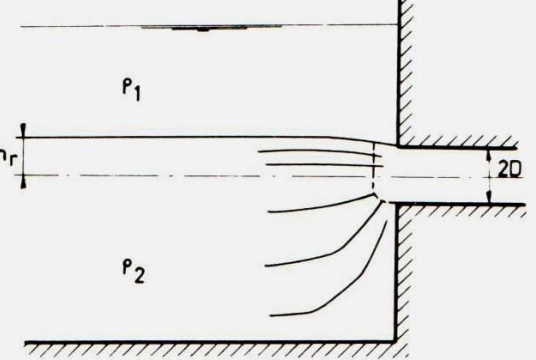
Vergelijking (24) wordt dan:

$$q_c = \left(\frac{1}{2} \pi + 1\right) \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2}{3}} h_r \sqrt{\epsilon g h_r} \quad (28)$$

of

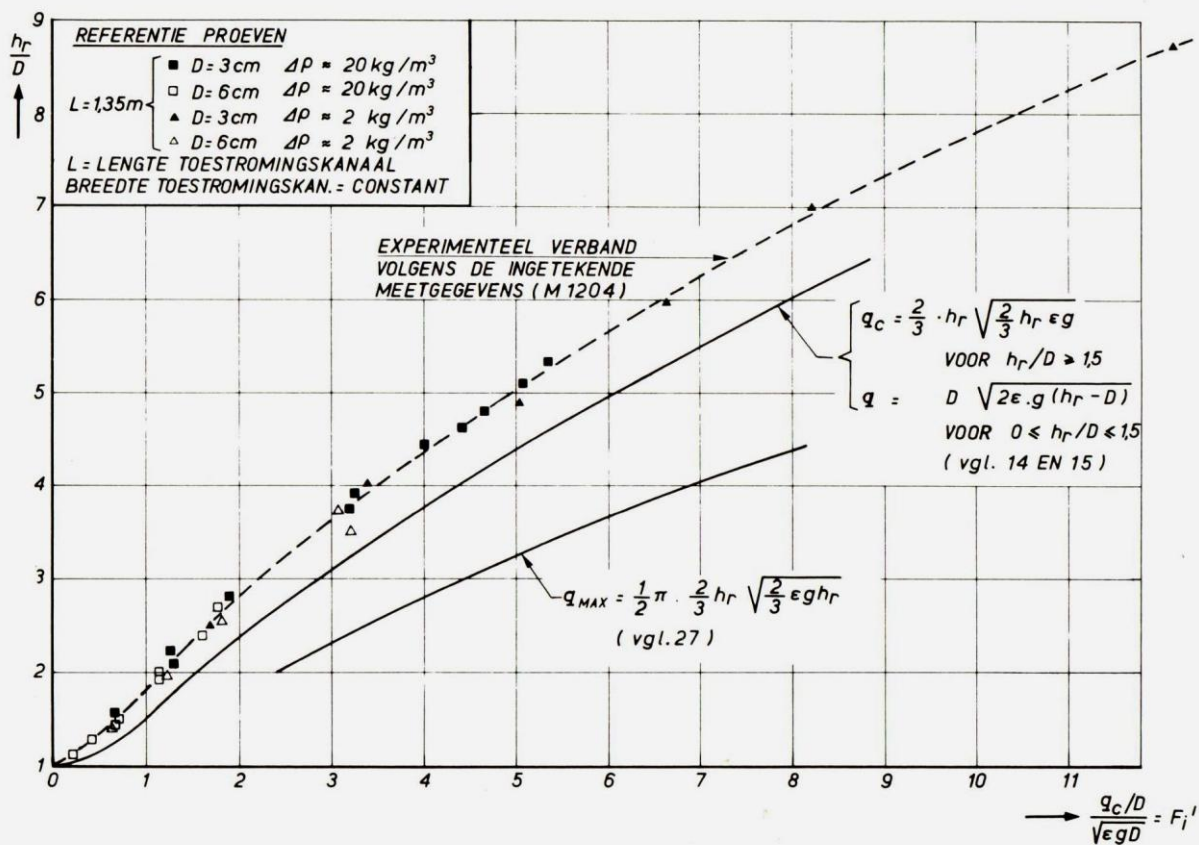
$$q_c \approx 1,4 h_r \sqrt{\epsilon g h_r}$$

5 Samenvatting

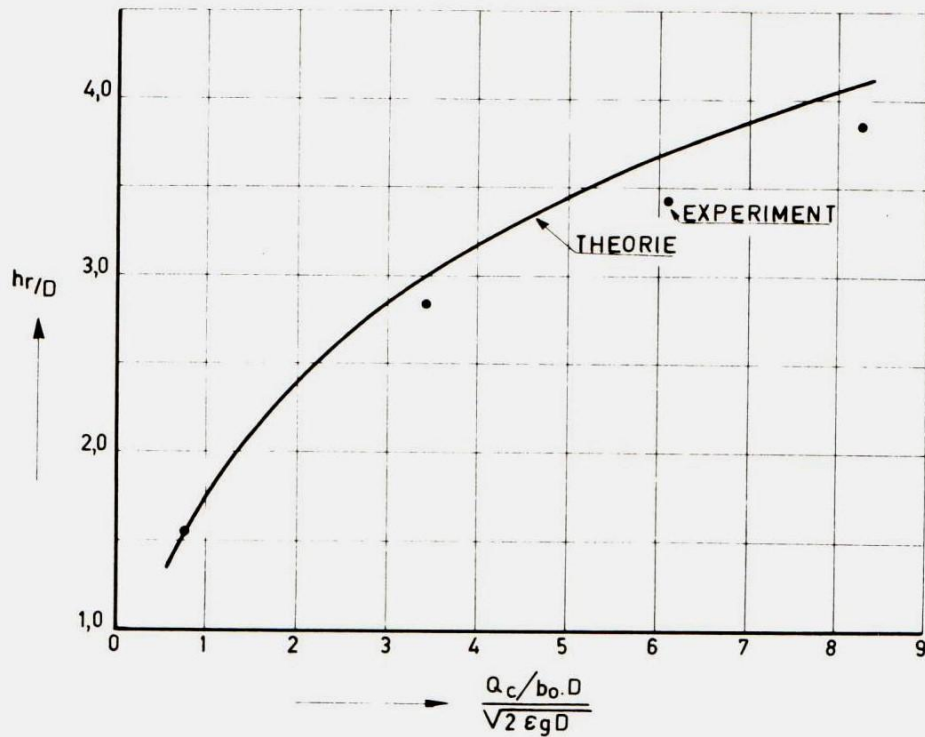
	$q_c \geq 0,55 h_r \sqrt{\epsilon g h_r} \quad 1)$ $(D < \frac{2}{3} h_r)$
	$q_c \leq 0,55 h_r \sqrt{\epsilon g h_r}$ $(D < \frac{2}{3} h_r)$
	$q_c \approx 1,5 h_r \sqrt{\epsilon g h_r}$ $(D < \frac{2}{3} h_r)$

Voor  $D > \frac{2}{3} h_r$  :  $q_c = D \sqrt{(h_r - D) 2 \epsilon g}$

1) Hierbij wordt aangenomen dat het door Wood [2] gevonden resultaat bij de situatie met een breedte  $b = f(x)$  ook geldt voor  $b = \text{constant}$ .



VERGELIJKING MEETRESULTATEN SELECTIEF AFZUIGEN (REFERENTIEPROEVEN) EN THEORETISCHE BENADERING



figuur 10

Overgenomen uit Wood [2]

De theoretische lijn wordt gegeven voor de situatie, dat ook de breedte  $b$  verandert.

De vergelijking voor het kritieke maximale afzuigdebiet luidt:

$$Q_c = \sqrt{\epsilon g} \cdot \frac{b_c a_c^{3/2}}{\sqrt{\frac{a_c}{b_c} \frac{db_c}{da_c} + 1}}$$

(vergelijking 8 gesubstitueerd in vergelijking 6).

Verder geldt:  $b = b_0 \cdot e^{0,0052(x/b_0)^2}$  (Zie figuur 2)

en  $a = D + \beta \cdot \ln b/b_0$

met  $\beta = 2,25$ .

## REFERENTIES

- [1] Waterloopkundig Laboratorium, Stroomsluis Noordland in de Oosterschelde dam, "Selectief afzuigen, twee-dimensionaal onderzoek", M 1204, Waterloopkundig Laboratorium, Delft, juli 1973.
- [2] Wood, I.R. and Lai, K.K., "Selective withdrawal from a two-layered fluid", Journal of Hydraulic Research 10 (1972) no. 4 pp. 475-496.
- [3] Schönfeld, J.C., T.H. Delft, college dictaat, 1965.
- [4] Craya, A., "Recherches théoriques sur l'écoulement de couches superposées de fluides de densités différentes", La Houille Blanche, 4e an., No. 1, Janvier - Février 1949, pp. 44-55.
- [5] Gariel, P., "Recherches expérimentales sur l'écoulement de couches superposées de fluides de densités différentes", La Houille Blanche, 4e an., No. 1, Janvier - Février 1949, pp. 56-64.
- [6] Harleman, D.R.F. and Elder R.A., "Withdrawal from two-layer stratified flows. Proc. A.S.C.E., vol. 91, no. HY 4, July, 1965.
- \*[7] Harleman, D.R.F., Gooch, R.S. and Ippen, A.T., "Submerged sluice control of stratified flow", Proc. A.S.C.E. vol. 84, no. HY 2, April, 1958.
- [8] Abraham, G., International Course in hydraulic engineering, reference note 1970-71, DIST 5, Delft Hydraulics Laboratory, Delft.
- [9] Philpott, K.L., "The control of stratified flow by means of a submerged sluice", (literatuur-overzicht), Delft, February 1960, Delft Hydraulics Laboratory.
- \*[10] Senshu, S., "Some considerations on hydraulic design of bottom water intake", Coastal Engineering, vol. 2, Sept. 1968, Chapter 93, pp. 1442-1452.
- \*[11] Senshu, S. and Wada, A., "Study on bottom water intake for condenser cooling system of power stations", Proceedings of the 10th Conference on Coastal engineering, 1966 (Tokyo). Vol. 2, Chapter 84, pp. 1493-1512.
- \*[12] Niet geraadpleegde literatuur.